



WiseGorilla

Prosojnice

Univerza v Ljubljani
FMF, matematika

Operacijske
raziskave

Uvod

Vladimir Batagelj

Kazalo

1	Predstavitev	1
3	Uvod v operacijske raziskave	3
8	Razvoj OR	8
19	Primeri	19
19	Osnovni pojmi	19

Predstavitev

Vladimir Batagelj: Uvod v operacijske raziskave

1. Vladimir Batagelj

Oddelek za matematiko in mehaniko

Jadranska 19, 1000 Ljubljana

tel: 4766 672

e-mail: `vladimir.batagelj@fmf.uni-lj.si`

WWW: `http://vlado.fmf.uni-lj.si/`

2. stran predmeta

`http://vlado.fmf.uni-lj.si/vlado/OR/or.htm`

3. asistent: Arjana Žitnik

e-mail: `arjana.zitnik@fmf.uni-lj.si`

4. statistično okolje R: `http://cran.r-project.org/`

5. Literatura: Winston – več kot je potrebno, a ne vse dodatna gradiva, naloge; samostojno delo

6. izpiti: kolokviji iz nalog (ali pisni izpiti), domače naloge, projekt

7. cilji

- seznaniti s sodobnimi orodji
- usposobiti za samostojne preproste analize, uporaba računalnika
- usposobiti za sodelovanje s strokovnjaki pri zahtevnejših analizah
- seznaniti z možnostmi OR - zahtevati analize

8. predpostavke: osnove analize, linearne algebre in statistike. Z matematiko ne bomo pretiravali, več stvari bomo preprosto privzeli

Uvod v operacijske raziskave

Kaj so operacijske raziskave?

Pojem operacijskih raziskav (OR) je na tekoči stopnji razvoja težko natančno opredeliti. Morda so še najbliže:

to je znanstveni pristop k pripravi in izbiri optimalnih rešitev

ali

kvantitativna veda, ki pomaga upravljalcem pri sprejemanju dobrih rešitev.

ali

uporaba matematičnih metod pri modeliranju sistemov in analizi njihovih značilnosti za podporo odločanja.

Kaj so operacijske raziskave?

the application of scientific method, generally by interdisciplinary teams of specialists, to any problem relating to the optimal management of some system, or phase of operations of some system, however small or large.

Nekaj resnice je celo v *skeptični* definiciji operacijskih raziskav:

sestav metod, ki dajo slabe odgovore na vprašanja, za katera poznamo le še slabše odgovore.

saj nam pripoveduje, da so operacijske raziskave še mlada, nebogljena veda, ki pa je vseeno sposobna dati boljše rezultate.

Kaj so operacijske raziskave?

Povzetek:

- veda, znanost, kvantitativni, matematični pristop
- izboljšati delovanje danega sistema, omejeni viri; ciljna dejavnost
- uporaba modelov
- razporejanje in učinkovita uporaba razpoložljivih virov za doseg čimboljšega rezultata.
- z uporabo znanstvenih metod izboljšati delovanje danega sistema

V vsakdanjem življenju se večkrat odločamo “po občutku”. Če grem od doma brez dežnika, bom moker, pa kaj? Na napakah se učimo. V OR se običajno ukvarjamo z odločitvami, kjer metoda “na napakah se učimo” ne pride v poštev.

Šivanje, dolžina niti.

Kaj so operacijske raziskave?

Recimo, izgradnja ceste je zelo draga in vpliva še na vrsto drugih stvari. Posebno pri obsežnejših sistemih intuitivne presoje o tem, kaj je dobro, odpovejo. Potrebna je natančna proučitev možnosti.

Industrijska revolucija je prinesla vrsto novih problemov – večino so jih uspešno rešile, ob podpori naravoslovja, tehnične (inženirske) vede. OR – veda, ki se ukvarja s problemi upravljanja, pa se je pojavila razmeroma pozno.

Za razliko od naravnih sistemov (fizika, kemija, ...) je v problemih OR pomemben *cilj*, vpliv človeka, dejavnega faktorja.

Deskriptivne (opisne) vede – kako kaj deluje; normativne (predpisne) – kako naj deluje. Npr. Kako streljati? V OR se oba vidika prepletata. Same OR so v bistvu normativne vendar se pri reševanju problemov naslanjajo na deskriptivno znanje.

Kaj so operacijske raziskave?

Prepletanje disciplin: Matematika, računovodstvo, tržne raziskave, inženirstvo, družbene vede, statistika, računalništvo, naravoslovje, ...

Vendar začetki razmišljanj značilnih za OR segajo že v antiko (Didona, Arhimed), v novejšem času pa v sredo 18. stoletja, ko je Quesnay predložil svoj, sicer primitivni model matematičnega programiranja. Konec 19. stoletja Taylor in Gantt. Matematične osnove linearnega programiranja so bile razdelane na prelomu stoletja (Jordan 1873, Minkowski 1896, Farkas 1903). Z dinamičnim programiranjem se je ukvarjal že Markov (1856- 1922); Erlang (1878-1929) pa je naredil prve korake pri reševanju problemov množične strežbe.

Razvoj OR

- antika Eneida, Didona, Kartagina, volovska koža, poskusi s pasom, krog Platon (Republika) – osnovna delitev dela – človek, ki počne le en posel mora postati v tem izvrsten
Tiran v Sirakuzi poveri obrambo Arhimedu
Leonardo Da Vinci
- 17 stol Fermat, Pascal, Bernoulli; verjetnost
- 1758 François Quesnay - ekonomske tablice
- 1764 James Watt - parni stroj
- 1776 Monge - problem vpliva vzdrževanja poti na ceno prevozov
- 1776 Adam Smith (Wealth of Nations) - o prednostih delitve dela
- 1802 Ampère - začetki teorije iger
- 1824 Fourier - sistemi linearnih neenačb - LP
- 1832 Charles Babbage (On Economy of Machines and Manufactures)

- 18?? Hamilton - hamiltonov problem v TG
benzinski motor
elektromotor
- 1874 Walras - ravnotežje v ekonomiki
- 18?? Pareto - večkriterijalnost
- 18?? Kirchoff - vezja
- 1911 Frederick Taylor - znanstveno upravljanje proizvodnje
(usposabljanje, časovne analize, standardi);
Standardizacijo so uporabljali že v beneških ladjedelnih
- 1913 Henry Gantt - razporejanje poslov po strojih, Henry Ford - tekoči trak
- 1914 Frederick W. Lanchaster, enačbe za napovedovanje izhoda
bitk glede na številčnost in ognjeno moč nasprotnikov
- 1915 F.W. Harris, osnovni obrazec za velikost naročila v teoriji zalog
- 19?? A.K. Erlang, Markov

- 1925 Leontijev - ravnotežje narodnega gospodarstva SZ
- 1921-27 Borel - teorija iger
- 1928 Janòs (John) von Neumann - osnovni izrek teorije iger -
izrek o minimaksu
- 1930 Horace C. Levinson, povezanost reklame in prodaje ter
dohodka in prebivališča kupcev
- 193* Elton Mayo, poudarek na človeških dejavnikih,
ublažitev tehničnega pristopa
- 1936 König - teorija grafov
- 1938 prva skupina OR v Angliji pri RAFu
- 1939 P.M.S. Blackettova skupina
- 1939 Kantorovič - metoda za reševanje LP
- 1939-45 von Neumann, O. Morgenstern - teorija
- ok. 1940 Tolstoj, Kantorovič, Hitchcock - transportni problem; računalniki
- 194? Metropolis, Ulam - Monte Carlo

- 1947 George Dantzig - LP
- 195? Ford, Fulkerson - omrežja
- 195? Karush, Kuhn, Tucker - nelinearno programiranje
- 195? Mc Cormick - kazenske metode
- 195? Bellman - dinamično programiranje
- 195? POLARIS - CPM, PERT
- 1950 dalje: statistične/verjetnostne metode za nadzor kakovosti, modeliranje – računalniki
- 1950 ustanovljeno (British) Operational Research Society
- 1952 ustanovljeno Operations Research Society of America
- 1953 ustanovljen The institute of Management Science
- 1959 ustanovljeno International Federation of ORS
- 1960 univerzitetni študij
- od 1960 teorija odločanja, ciljno programiranje, večkriterijska optimizacija
- od 1970 povezave z informacijskimi sistemi – sistemi za podporo odločanja, umetna inteligenca.

Razvoj OR



P.M.S. Blackett

Kot samostojna disciplina so OR nastopile v začetku 40 let. Njihov razvoj je še pospešila vojna. Že leta 1939 je bila pri poveljstvu RAFa v Angliji ustanovljena skupina strokovnjakov različnih strok za proučevanje uporabe radarja, ki so ga takrat ravno razvili. Z vstopom ZDA v vojno so tudi tam po ugodnih angleških izkušnjah ustanovili podobne skupine (organizacija konvojev, borba proti podmornicam, oskrba bojišča, ...).

Razvoj OR – skupine OR

Značilnosti teh skupin so bile predvsem:

- raznovrstnost sodelavcev – zastopane so bile najrazličnejše stroke (matematika, fizika, biologija, statistika, ekonomija, jezikoslovje, ...), kar naj bi zagotovilo vsestransko obravnavo problema;
- raziskovalna prostost in upoštevanje mnenj vsakega sodelavca;
- skupina pripravi poročilo z analizo in *predlogom* dejavnosti, dokončna odločitev in odgovornost zanjo ne pripada skupini.

Tudi po vojni so OR raziskave žele precej podpore s strani vojske.

Kmalu po vojni so OR začeli uporabljati tudi na civilnih področjih: industrija, kmetijstvo, gradbeništvo, prevoz, zveze, storitvene dejavnosti (pošta, gasilci, zdravstvo). Zaradi teh razširitev problemskega področja naziv OR ne ustreza več popolnoma.

Operacijske raziskave danes

Naziv operacijske raziskave (operations research (am.); operational research (ang.)) je nastal med drugo svetovno vojno in je tedaj dobro ustrezal področju. Vodenje vojaških operacij. Sledi vojaške terminologije.

Vsebolj se uporabljata tudi naziva upravljalne vede (management science) in teorija odločanja (decision making theory).

zelo velika	strukturiranost velika	delna
povecati ucinkovitost (hitrost)	boljse resitve	povecati kakovost odlocitev
podatki	optimalne resitve	podpora
MIS managment information system	OR, MS	DSS decision support system

Bistveno vzpodbudo hitremu razvoju operacijskih raziskav so dali računalniki, ki so omogočili večje, hitrejše in cenejše obdelave podatkov in podprli potrebne informacijske sisteme. Vplivali so tudi na razmišljanje – raziskovalec ni bil več priseljen se zatekati v huda poenostavljanja (linearnost, homogenost, ...).

Ackoff, Bellman, von Neumann, Morgenstern, Dantzig, Khun, Morse, Saaty, Churchman, Faure, Kantorovič, Kofman, Gnedenko, Judin, Vencel, Ermoljev, Wagner, Taha, Zajčenko, ...

Združenja, revije EF, podiplomski študij, Vadnal, Rupnik, Meško; Petrić.

SYMOPIS.

SDI, OR.

V literaturi srečamo različne poglede na OR. Pogosto avtorji obravnavajo le nekatere posebne vidike OR, na primer optimizacijske metode, samim OR pa je posvečenih le nekaj strani v uvodu.

Na naslednjih straneh bom poskusil podati svoj pogled na OR. Začeli bomo z osnovnimi pojmi, nadaljevali s pristopi k izgradnji in analizi modelov, na koncu pa si bomo ogledali še nekaj standarnih modelov.

Primeri

Transportni problem: Ljudje se vsak dan premikajo iz enega dela mesta v drugi (služba, šola, opravki, zabava,...). Kako organizirati mestni prevoz? Katera prevozna sredstva uporabiti? Kako določiti proge in pogostnost ter tip vozil na posameznih progah? Ali je mogoče zagotoviti enakomerno zaposlenost (vozniki, vzdrževalci)?

Izgradnja objekta: delovna sila, oprema in stroji, preskrba ljudi in strojev (vzdrževanje), roki. Sestaviti je treba načrt izgradnje, tako da bo delo opravljeno do roka in čim ceneje.

Zaščita pred zameti: V severnih deželah ali pri nas okoli Postojne,... snežni zameti. Povzročajo izgube zaradi zaprtih cest. Za zaščito - ceste določene oblike, ograje (izgradnja in vzdrževanje), sprotno čiščenje, ...

Organizacija knjižnice: v velikih knjižnicah se splača upoštevati povpraševanje po posameznih knjigah.

Osnovni pojmi

Operacija – ukrep ali sklop ukrepov za doseg zastavljenih *ciljev*. Skupina dejavnikov (oseb, avtomatov,..), ki si prizadeva doseči cilj sestavlja *operirajočo stran* ; pogosto pa imamo še dejavnike (osebe, naravne sile,..), ki temu nasprotujejo – *nasprotna stran* in še *nevtralna stran*.

(moštvo + trenerji, ... , sodniki)

(rdeči, modri)

Če pogledamo dovolj široko, si operirajoča stran si sama zastavlja cilj. V hierarhičnih sistemih višji določajo cilje nižjim.

V operirajočo stran spada tudi operacijski raziskovalec. Ta mora biti čim bolj natančno seznanjen s cilji in drugimi pogoji izvajanja operacij. Včasih namenoma ali po nerodnosti ni seznanjen z vsemi podatki. Opis naloge mora vsebovati tudi podatek o stopnji informiranosti operacijskega raziskovalca.

Operirajoča stran potrebuje/ima na voljo za doseg cilja določene *vire* (finančna sredstva, ljudje, čas, oprema, zaloge materiala, prostor, energija, informacije, ...). Operacija je *upravljana* akcija. To pomeni, da lahko upravljamo uporabo razpoložljivih virov in s tem poskušamo doseči zastavljene cilje. Načini uporabe virov – *strategije* operirajoče strani ali *rešitve* naloge OR. Izbire so lahko uspešne ali neuspešne, smiselne ali nesmiselne. Osnovna naloga OR je iskanje poti za doseg zastavljenih ciljev.

Dejavniki

Dejavniki, ki določajo operacijo in lahko nanje operirajoča stran vpliva, sestavljajo *upravljive* (vodljive, odločitvene) dejavnike.

Za večino nalog OR so značilne določene omejitve posameznih virov in dejavnosti (zakoni, običaji, ...), ki določajo množico *dopustnih* rešitev.

Poleg tega je lahko rezultat operacije odvisen še od dejavnikov, na katere operirajoča stran ne more vplivati – *pogoji* izvedbe operacije – *nevodljivi* ali *zunANJI* dejavniki. Zunanje dejavnike delimo na tri skupine glede na njihovo poznavanje s strani operacijskega raziskovalca:

- dejavniki z znanimi vrednostmi (determinirani); *določnost*;
- naključni dejavniki z znanimi porazdelitvenimi zakoni; *tveganje*;
- dejavniki, za katere poznamo le zalogo vrednosti ali družino porazdelitev; *negotovost*, nedoločnost;
 - nedoločnost zaradi delovanja nasprotne ali nevtralne strani,

- nedoločenost zaradi nepoznavanja, neproučenosti pojavov – *na-ravna* nedoločenost,
- nedoločenost zaradi slabega poznavanja cilja.

Ta delitev parametrov je narejena s stališča operacijskega raziskovalca. Večkrat bo izvajalec med tekom operacije imel več informacij, kot jih ima na voljo OR pri analizi. Take, v analizi upoštevane, informacije sestavljajo *informacijsko hipotezo*.

*** statični in dinamični; zvezni in diskretni

Predlog in odločitev

Cilj lahko dosežemo na več načinov, ki imajo svoje dobre in svoje slabe strani. Bistvo OR je prav v oceni primernosti in primerjavi rešitev. Redko se zgodi, da dobimo “najboljšo” rešitve. Pogosto poskušamo dobiti manjšo množico dobrih rešitev, iz katere izberemo končno.

Operacijski raziskovalec običajno ne sprejema rešitev, temveč jih predlaga (pomaga) operirajoči strani. Torej ga je smiselno obravnavati kot poseben del operirajoče strani. Samo odločanje ne sodi več v OR. Praviloma je upravljalec/*odločevalec* ali njih skupina tisti, ki je zadolžen za sprejemanje odločitev in je za to tudi odgovoren. Pri tem lahko upošteva(jo) še druge razloge, ki niso bili upoštevani v matematični obdelavi naloge.

To velja tudi za avtomatske sisteme upravljanja/odločanja. Odločitev in odgovornost je v izbiri postopka odločanja. Več sistemov omogoča sodelovanje z uporabnikom.

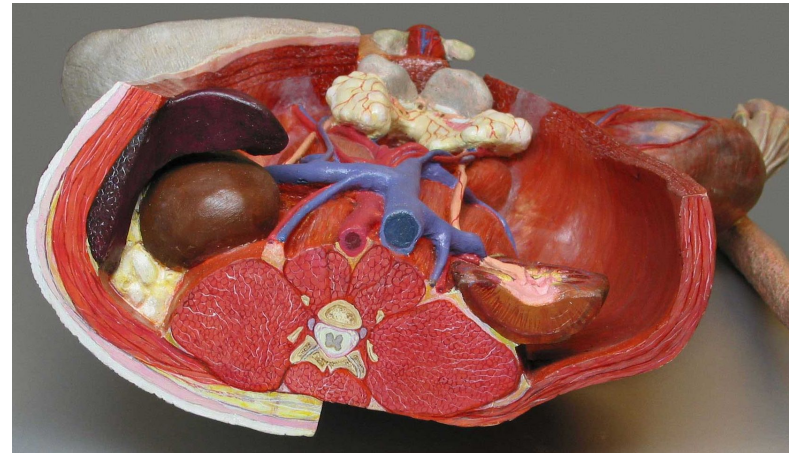
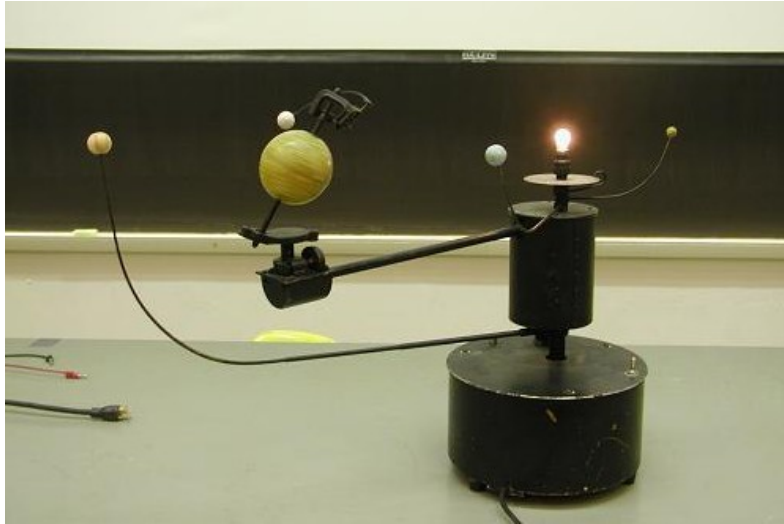
Model

Vse te sestavine mora zajeti tudi opis naloge – *model*.

Model je abstrakcija proučevanega (realnega) sistema, ki glede na naše namene zaobjame njegovo bistvo, vendar ne vseh podrobnosti, in nam pomaga pri reševanju naloge.

Vrste modelov:

- besedni (opisni),
- fizični (makete),
- sheme, načrti,
- matematični, logični, programi.



Tube map

Step-free access

Station facilities

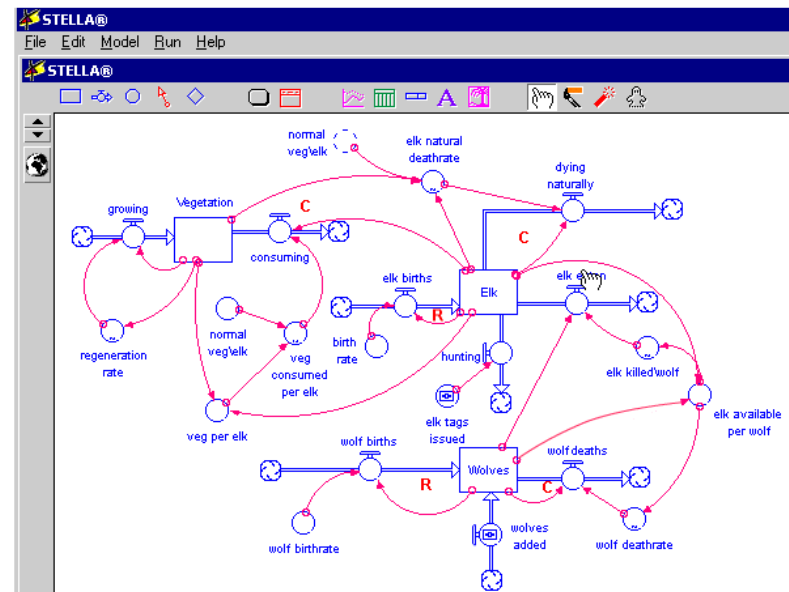
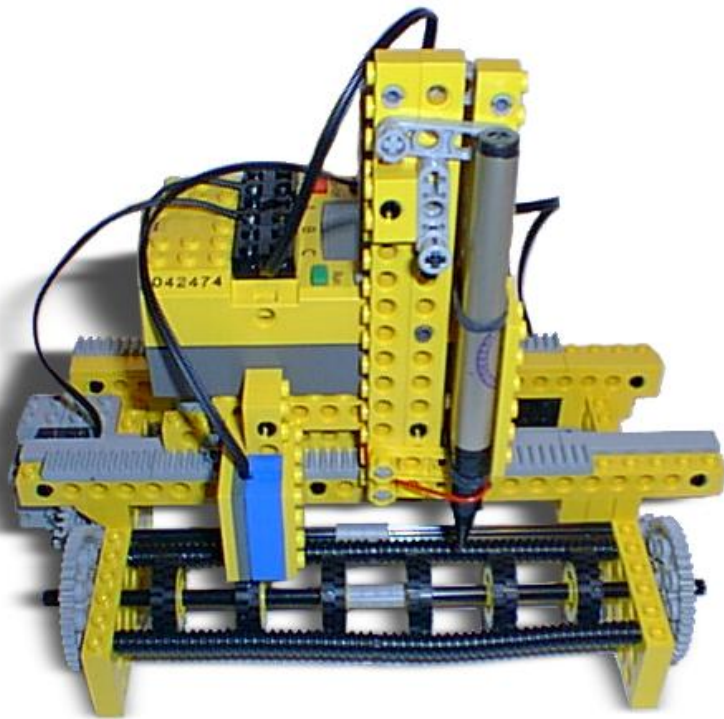
Travel information

Key to lines and symbols

Index to stations

WHATEVER YOU WANT JUST YELL .COM

The image shows a detailed Tube map of the London Underground system. It includes a legend for lines and symbols, travel information, and a yellow banner at the bottom with the text "WHATEVER YOU WANT JUST YELL .COM". The map is color-coded by line and includes various symbols for stations and facilities. The legend includes: Red line, Bakerloo line, Blue line, Circle line, Green line, District line, Hammersmith & City line, Metropolitan line, Northern line, Piccadilly line, Victoria line, Waterloo & City line, and London Underground. The symbols include: Step-free access, Station facilities, and Travel information. The yellow banner at the bottom contains the text "WHATEVER YOU WANT JUST YELL .COM".



Modeliranje

Izdelavo modela spremljata dve nasprotujoči si težnji:

- čim natančnejši opis; vsebuje bistvene poteze
- čim preprostejši opis; je obvladljiv
- pojasnjevalni (explanatory) vsebujejo tudi vodljive dejavnike – vzročna odvisnost med dejavniki
- opisni (descriptive) podajajo (nevzročne) zveze med dejavniki

Problem podatkovne podprtosti. Ali so dostopni podatki potrebni za določitev parametrov modela? Kakšna je cena za to?

Natančnost modelov

V podatkih običajno ni vse potrebne informacije za rekonstrukcijo stvari, pojava. Dodatno informacijo posredujemo (je implicitno zajeta) v razredu modelov.

- nizki modeli: lokalno natančni - kombinatorična eksplozija;
- visoki modeli: slaba natančnost.
- hierarhija: ustvarimo več stopenj modelov

Dimenzije: obsežnost, čas in cena, nedoločenost, pomembnost, razširljivost, enostavnost, komunikativnost.

Prednosti modelov: hitrost, cenenost, varnost; omogočajo primerjavo različnih odločitev - Kaj če ... analize.

Modeli omogočajo

- boljšo odločitev: natančnost, analiza občutljivosti, povezanost dejavnikov;
- vpogled v zgradbo sestava in boljše razumevanje bistva njegovega delovanja;
- olajša predstavitev in razlago predloga odločitve;
- nudi intuitivno sliko sistema.

Modeliranje

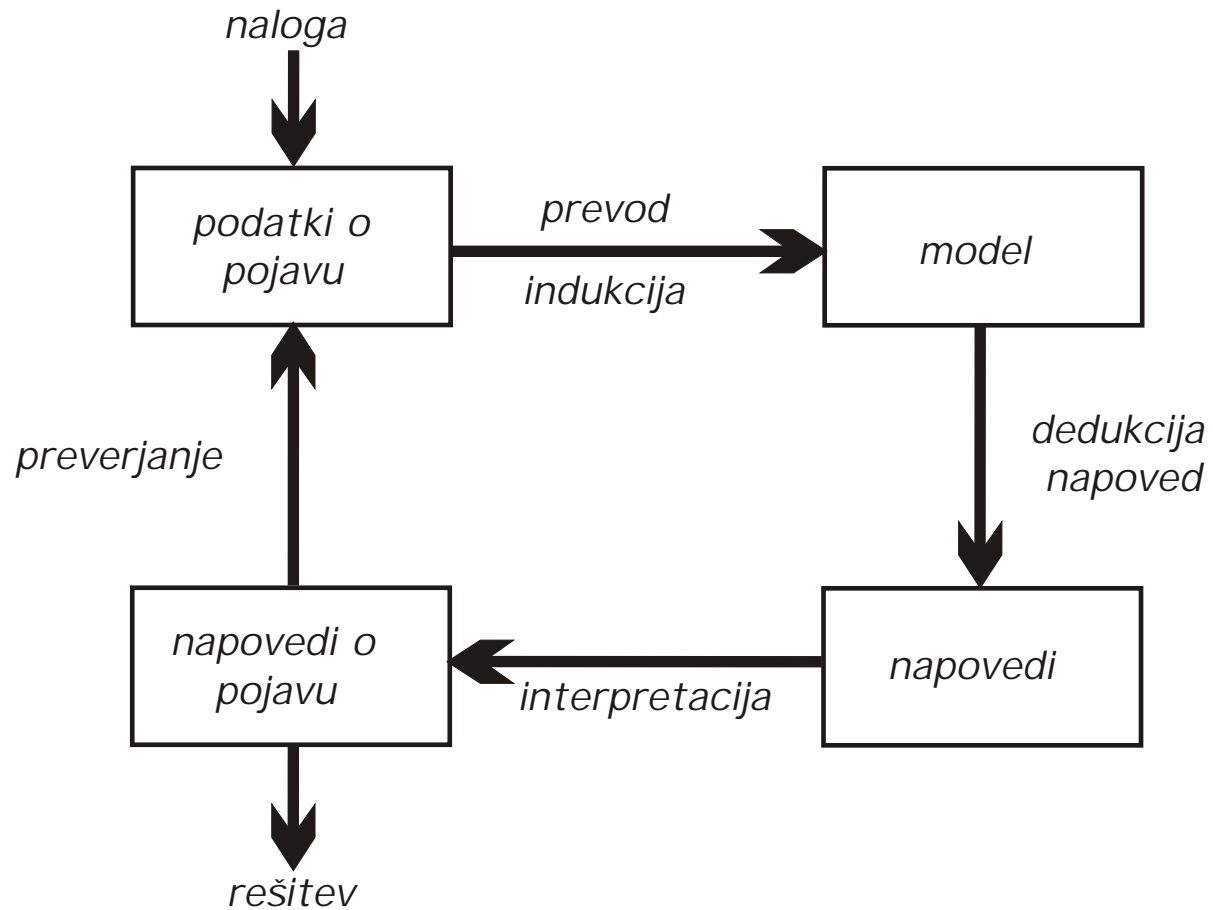
Modele gradimo iz nuje. Čeprav so lahko čudoviti, niso sami sebi namen – cilj je odločitev.

- zastavitev in analiza naloge,
- določitev vseh pomembnih vodljivih in zunanjih dejavnikov ter ciljev,
- izgradnja modela, določitev zvez med dejavniki in cilji,
- izbira načinov reševanja, določitev rešitev,
- preverjanje in izboljšave modela,
- izbor in izvedba rešitve.

Rešitev mora biti dovolj natančna, pravočasna in po sprejemljivi ceni.

Standardni modeli. Pogosto delitve niso ostre in koraki niso zaporedni. Večkrat poznavanje neke metode vpliva na izgradnjo modela. Obstaja potreba za rešitev problema; povezanost s končnim uporabnikom, podpora vodstva.

Cikel modeliranja



Cilji

Cilji so dveh vrst:

- *kakovostni*: cilj je lahko dosežen ali pa ni;
- *količinski*: cilj je povečati (zmanjšati) vrednost(i) neke (nekaterih) količin. V modelu jih običajno opišemo z eno ali več kriterijskimi funkcijami (funkcija cilja, koristnost, namenska funkcija).

Ti kriteriji so lahko včasih v nasprotju – na primer: nizka cena, velika zanesljivost.

Kriterijske funkcije so odvisne od vrednosti vodljivih in zunanjih dejavnikov. Pri opisu teh zvez pogosto uvedemo še dodatne *notranje* ali *pomožne* količine.

Mera učinkovitosti

funkcija cilja, namenska funkcija, kriterijska funkcija, koristnost

Obstaja več poti kako do nje pridemo – odvisno od narave problema in našega poznavanja.

- *aksiomatski pristop*: glede na značilnosti problema sklepamo, da mora imeti določeno obliko. Informacije o problemu uporabimo za preverjanje izpolnjenosti predpostavk (aksiomi) in za določitev vrednosti parametrov. Iz teorije problema izhaja oblika funkcije
- *neposredni pristop*: način posplošitve funkcije določi OR po lastni presoji ali po splošnih prijemih:
- subjektivna – tabela, aproksimacije (linearna, ... bolj ali manj nasilne)

ekspertni, razgradnja, mešanje pristopov, preverjanje ustreznosti !

Mera učinkovitosti in optimizacija

Iščemo glede na dane okoliščine “najboljšo” rešitev. Označimo z X vodljive dejavnike in s S zunanje dejavnike. V idealnem primeru, ko so vsi zunanji dejavniki določeni in imamo eno samo kriterijsko funkcijo $u : \Phi \rightarrow \mathbb{R}$, lahko nalogo zapišemo kot optimizacijsko nalogo: Določi

$$X^* = \text{Arg max}_{X \in \Phi} u(X, S)$$

kjer je Φ množica dopustnih rešitev.

V stvarnosti med okoliščine spada tudi naše znanje in možnosti (čas, sredstva, sodelavci). Zato se pogosto zadovoljimo (moramo zadovoljiti) s približnimi rešitvami.

Ker v primeru tveganja ne poznamo S , kako to upoštevati? Običajno priredimo $U(X) = E(u(X, S))$.

Pesimizem/optimizem

$$U_{\min}(X) = \min_{s \in S} u(X, S)$$

ali

$$U_{\max}(X) = \max_{s \in S} u(X, S)$$

Drugi razlog je, da večkrat zasledujemo več ciljev in se postavi problem njihovega medsebojnega usklajevanja. Nasprotujoči si cilji; dolgoročni ali kratkoročni.

primer - tovarna

- proizvodnja: povečati število in kakovost izdelkov
- prodaja: povečati prodajo izdelkov
- finance: zmanjšati sredstva, ki zagotavljajo določeno raven proizvodnje
- kadri: povečati število in kakovost izdelkov na zaposlenega

lokalno optimalne strategije:

- proizvodnja: najbolje, če izdeluje en sam izdelek; težnja, da izdeluje čim manj različnih tipov
- prodaja: čim bolj pisana ponudba, takojšna izpolnitev naročil
- finance: čim manj vezanih sredstev
- kadri: stalnost proizvodnje; če je potrebno ustvariti zaloge

Proizvodnja, prodaja in kadri težijo k ustvarjanju zalog, finance so proti. Prodaja je za povečevanje proizvodnje (tudi s širitvami), kadri so do tega previdni.

Večkrat prepoudarjena optimizacija.

- ni potrebno najboljšo rešitev; določitev je lahko predraga
- natančnejši model, tudi ne najboljša rešitev je lahko ustrežnejša od optimalne v poenostavljenem modelu.

analiza občutljivosti

Uporaba: optimizacijskih metod, simulacije.

Težave: algoritmično teoretični problemi. Ali rešitev sploh obstaja? Ali jo lahko dobimo v zmernem času in po zmerni ceni?

Sistemski pristop

Vsako nalogo, problem, del upoštevamo glede na njen vpliv na delovanje celote.

Človek se že od davnine vsakodnevno ukvarja z izbiro dobrih rešitev; to še niso OR – matematika; matematična podpora je relativno mlada.

Realni problemi imajo svoje značilnosti, specifičnosti; vendar so za določene zvrsti pogostih problemov razdelani "kalupi- standardni modeli, ki predstavljajo dovršen del OR. Povezano z reševanjem ustreznih optimizacijskih problemov.

Standardni modeli

Naštejmo jih najpomembnejše:

- problemi na omrežjih – pretoki, poti, drevesa, načrti (časovni);
- upravljanje z viri/zalogami;
- zanesljivost, vzdrževanje, obnova in zamena sredstev;
- transportni problemi, prevoz;
- razporejanje opravil;
- razrezi;
- zasledovanje, iskanje, beg;
- množična strežba;
- pogajanja, igre;
- razmeščanje;
- investicije;
- napovedovanje, načrtovanje novih izdelkov;
- nadzor in preverjanje kakovosti, napake, škart.

Statistike

metode	%	metode	%
Statistične metode	93	Napovedovanje	90
Simulacija	84	Razporejanje opravil	70
LP	79	Zaloge	70
PERT/CPM	70	Transport	55
Zaloge	57	Investicije	55
Množična strežba	45	Razmeščanje	50
Nelinearna optimizacija	36	Izboljšave iskoriščenosti	36