

○	2	3			1	7		
		8	4	6			1	
9				5			4	8
5		4	3				2	○
	9		8	7		1		
1			○		4	9		5
	7				6	8		2
8		1	7		2			
	6			3	○		7	1
○	→ 4 6 7 & 8							

Howard Garns: *Number Place*, maj 1979



Sudoku

Vladimir Batagelj

FMF, matematika

Univerza v Ljubljani

Seminar DMFA Slovenije: **Matematične igre**

Ljubljana, 27/28. januar 2006

Kazalo

1	Kaj je Sudoku?	1
2	Navodila	2
3	Poskusimo	3
4	Rešitvi Garnsovih nalog	4
5	Pravila reševanja	5
8	Današnji nalogi	8
9	Življenjepis	9
11	Sudoku pri nas	11
12	Programska in spletna podpora	12
13	Matematika in Sudoku	13
15	Viri	15

Kaj je Sudoku?



Maja 1979 sta bila v 16. zvezku časopisa *Dell Pencil Puzzles & Word Games* na strani 6 pad naslovom **Number Place** objavljena prva primerka nalog, ki se jih je kasneje oprijelo ime Sudoku. Spremljala so ju naslednja navodila:

In this puzzle, your job is to place a number into every empty box so that each row across, each column down, and each small 9-box square within the large square (there are 9 of these) will contain each number from 1 through 9. Remember that no number may appear more than once in any row across, any column down, or within any small 9-box square; this will help you solve the puzzle. The numbers in circles below the diagram will give you a head start—each of these four numbers goes into one of the circle boxes in the diagram (not necessarily in the order given).

Navodila

Povzemimo: v prazna polja delno zapolnjene kvadratne tabele 9×9 je potrebno vnesti številke med 1 in 9, tako da bo vseh 9 števil:

- v vsaki *vrstici*;
- v vsakem *stolpcu*;
- in v vsakem *malem kvadratu*.

V zadnjih letih je postal Sudoku zelo priljubljen po celem svetu. Najbrž temu botrujeta predvsem to, da je neodvisen od jezika in da so pravila zelo preprosta.

Poskusimo

Sudoku Solver [Email This Board](#) [Import](#)

You can click on the board to highlight sets of numbers: [Take Step](#) <<

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	6	123 456 789	123 456 789	2	5	123 456 789	4	123 456 789	123 456 789
B	123 456 789	1	2	123 456 789	123 456 789	9	123 456 789	5	123 456 789
C	123 456 789	9	123 456 789	123 456 789	4	123 456 789	123 456 789	8	7
D	123 456 789	2	123 456 789	9	3	123 456 789	123 456 789	123 456 789	1
E	123 456 789	123 456 789	8	1	123 456 789	123 456 789	7	3	123 456 789
F	1	123 456 789	3	123 456 789	123 456 789	8	5	123 456 789	123 456 789
G	123 456 789	123 456 789	6	3	123 456 789	4	123 456 789	2	123 456 789
H	5	123 456 789	123 456 789	123 456 789	123 456 789	7	9	123 456 789	6
J	2	4	123 456 789	123 456 789	1	123 456 789	123 456 789	123 456 789	8

pomočnik

600250400012009050090040087020930001008100730103008500006304020500007906240010008
023001700008460010900050048504300020090870100100004905070006802801702000060030071

$(G, 9) \rightarrow 5$	$(E, 9) \rightarrow 4$	$(H, 2) \rightarrow 3$
$(C, 3) \rightarrow 5$	$(F, 2) \rightarrow 6$	$(A, 2) \rightarrow 8$
$(E, 2) \rightarrow 5$	$(I, 6) \rightarrow 6$	$(A, 9) \rightarrow 9$
$(D, 6) \rightarrow 5$	$(E, 5) \rightarrow 6$	$(B, 9) \rightarrow 3$
$(I, 4) \rightarrow 5$	$(I, 7) \rightarrow 3$	$(G, 5) \rightarrow 9$
$(H, 3) \rightarrow 1$	$(I, 8) \rightarrow 7$	$(B, 7) \rightarrow 6$
$(G, 7) \rightarrow 1$	$(F, 9) \rightarrow 2$	$(E, 1) \rightarrow 9$
$(A, 8) \rightarrow 1$	$(D, 7) \rightarrow 8$	$(C, 1) \rightarrow 3$
$(C, 6) \rightarrow 1$	$(D, 8) \rightarrow 6$	$(C, 4) \rightarrow 6$
$(C, 7) \rightarrow 2$	$(F, 8) \rightarrow 9$	$(E, 6) \rightarrow 2$
$(A, 6) \rightarrow 3$	$(D, 1) \rightarrow 7$	$(F, 5) \rightarrow 7$
$(H, 8) \rightarrow 4$	$(I, 3) \rightarrow 9$	$(B, 4) \rightarrow 7$
$(B, 1) \rightarrow 4$	$(A, 3) \rightarrow 7$	$(B, 5) \rightarrow 8$
$(D, 3) \rightarrow 4$	$(G, 2) \rightarrow 7$	$(H, 5) \rightarrow 2$
$(F, 4) \rightarrow 4$	$(G, 1) \rightarrow 8$	$(H, 4) \rightarrow 8$

Rešitvi Garnsovih nalog

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	4	2	3	9	8	1	7	5	6
B	7	5	8	4	6	3	2	1	9
C	9	1	6	2	5	7	3	4	8
D	5	8	4	3	1	9	6	2	7
E	6	9	2	8	7	5	1	3	4
F	1	3	7	6	2	4	9	8	5
G	3	7	5	1	4	6	8	9	2
H	8	4	1	7	9	2	5	6	3
J	2	6	9	5	3	8	4	7	1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	6	8	7	2	5	3	4	1	9
B	4	1	2	7	8	9	6	5	3
C	3	9	5	6	4	1	2	8	7
D	7	2	4	9	3	5	8	6	1
E	9	5	8	1	6	2	7	3	4
F	1	6	3	4	7	8	5	9	2
G	8	7	6	3	9	4	1	2	5
H	5	3	1	8	2	7	9	4	6
J	2	4	9	5	1	6	3	7	8

<http://vlado.fmf.uni-lj.si/seminar/sudoku/SudokuEx.pdf>

<http://www.timesonline.co.uk/sudoku>

<http://puzzles.usatoday.com/sudoku/>

<http://www.nikoli.co.jp/puzzles/1/index-e.htm>

Pravila reševanja

				8	3	4		
3					4	8	2	1
7								
		9	4		1		8	3
4	6		5		7	1		
								7
1	2	5	3					9
		7	2	4				8

#5096 © Crosswords Ltd, 2005

Michael Mepham avtor nekaj zbirk nalog je pripravil tudi **sestavek** o njih reševanju.

Pri **preprostih** nalogah poskušamo na osnovi pravil razkriti **gole** številke – polja, na katerih je možno postaviti le še eno številko. Upoštevamo, da vsaka znana številka pove, da ne more še enkrat nastopiti v pripadajoči ji vrstici, stolpcu in malem kvadratu.

Če si ogledamo vse pojavitve neke številke, lahko tako odkrijemo možna mesta, kam jo lahko postavimo, tam kjer še manjka.

...Pravila reševanja

		3	5	678	4	1		
	7			2			5	
5	2			178			6	
		8	6	5	9	3		
	3		127	4	17		8	
1469	149	5	8	1	3	7	49	1469
	5			1678			3	
	6			9	5		1	
		9	4	1678	2	5		

#5335 © Crosswords Ltd., 2005

Drug način je, da za izbrano prazno polje poiščemo vse številke, ki se na njem še lahko pojavijo.

...Pravila reševanja

		4	6					
						3	8	6
3				9	7			2
	1			8	9		7	
9								1
	5		3	7			2	
6			8	4				7
2	8	1						
						5	2	

18	2	5	7	68	18	1689	3	4
18	2	5	7	6	18	69	3	4

V nekaterih primerih so razmisleki lahko bolj zapleteni. Takim nalogam pravimo *težke*.

No, obstajajo tudi primeri kjer nam povsod ostane več možnosti in moramo preveriti posamezne od njih, tako da možne vrednosti vzamemo za predpostavke in pogledamo kaj iz njih sledi. Take naloge veljajo za *vražje*.

Današnji nalogi

Sudoku Dragon

Here is today's Sudoku Moderate Puzzle

Friday 27th January 2006 [Puzzle 175]

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
A				9	4		6	1	3
B				7	3		5	9	
C								7	4
D	4	3		2				5	
E		2	1	3	8	7	9	4	
F		8				4		2	1
G	1	6							
H		4	5		7	9			
I	2	7	8		6	5			

Sudoku Dragon

Here is today's Sudoku Challenging Puzzle

Friday 27th January 2006 [Puzzle 175]

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
A					6			3	7
B				2			8		
C		7				8		4	2
D					8	5			
E	8	6			7			5	1
F				6	9				
G	1	2		4				8	
H			8			9			
I	9	4			2				

Življenjepis

6			2	5		4		
○	1	2			9		5	
	9			4			8	7
	2		9	3		○		1
		8	1			7	3	
1		3			8	5		
		6	3		4		2	○
5		○			7	9		6
2	4			1				8

○ → 1 4 5 & 8

Zgodovinar zabavne matematike *Will Shortz* se je lotil detektivske naloge odkriti njegov izvor. Prve objave takih nalog je zasledil v časopisu *Dell Pencil Puzzles & Word Games*, a so bile nepodpisane. Velja prepričanje, da je njihov avtor takratni urednik *Howard Garns* (ob prvi objavi star že 74 let, umrl leta 1989). Najbrž se je pri zasnovi zgledoval po latinskih kvadratih, ki jih je proučeval že *Leonhard Euler* (1707-1783).

... Življenjepis



Aprila leta 1984 je podjetje **Nikoli** v svojem časopisu preneslo uganko na Japonsko pod imenom *Suuji wa dokushin ni kagiru*, ki se je kasneje okrajšalo v **Sudoku** (su=število, doku=samski). Dodali so zahtevo, naj bo znanih največ 22 števil in da je vzorec znanih števil simetričen. Sudoku je postal na Japonskem zelo priljubljen in naloge objavlja več časopisov.


Leta 1997 se je s sudokom v japonski knjigarni seznanil upokojeni Hong Kongški sodnik Wayne Gould. V naslednjih letih je razvil program za hitro ustvarjanje nalog in prepričal angleški *The Times*, da je 12. novembra 2004 začel objavljati dnevno nalogo. Temu so sledili tudi drugi časopisi in mediji.

Sudoku pri nas

Številčna križanka su|do|ku Slovenskih novic

***Znate štet do de**

NOVICE



Preprosta. Zabavna. Koristna. Nagradna. Številčna križanka Sudoku Slovenskih novic vam lahko vsak dan prinese nov mobilni telefon Panasonic X400.

Kako? V vsaki križanki so štiri polja, označena s črkami A, B, C in D. Za sodelovanje v žrebanju je treba številke, ki so vpisane v poljih s črkami, poslati s SMS sporočilom.

Reševalec pošlje SMS "SUDOKU X AaBbCcDd" na 2929, kjer je X številka igre objavljene v časopisu.

7	3	2		1		8	
9				4		7	
5				3			2 1
4	2	5	8			1	
			1	9			
		8		2	4	6	7
3	4		7				8
	1	6					5
	6	8		7	9	3	

- Sudoku Slovenskih novic
- Tudi za blondinke
- Sudoku / Delo
- Sudoku / Večer
- 24ur
- Sudoku / Križankarji
- Krožek GimVič
- Trieria

Programska in spletna podpora

Program za ustvarjanje in/ali reševanje nalog sudoku najdemo skoraj v vsakem programskem jeziku (glej [Spletni naslovi za Sredin seminar 1116](#)).

[Excel](#), [Java](#), [Pascal](#), [Python](#), [Matlab](#), [Perl](#), [JavaScript](#), [Lanbda](#), [Flash](#), ...

Matematika in Sudoku

Bertram Felgenhauer in Frazer Jarvis sta v svojem članku (20 junij 2005) pokazala, da je 6670903752021072936960 različnih rešitev nalog sudoku.

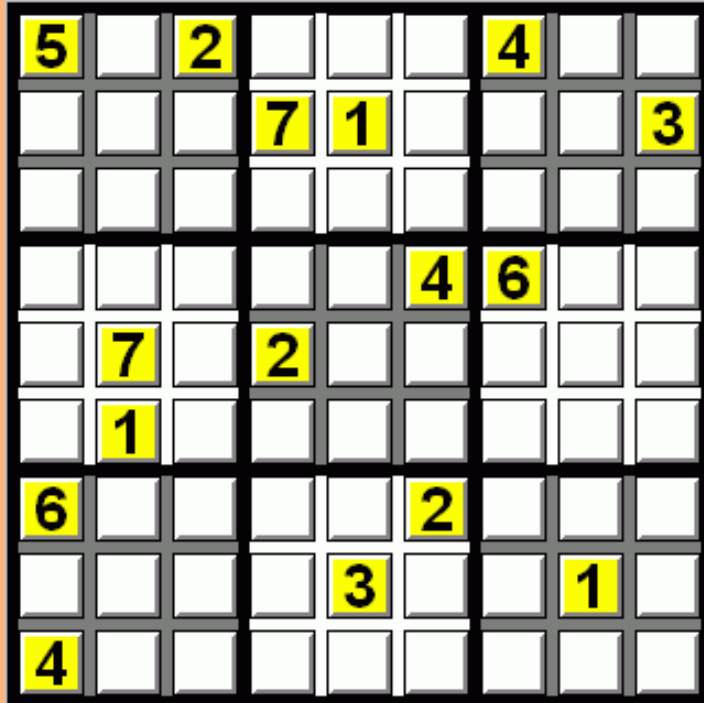
Iz posamezne rešitve naloge sudoku lahko dobimo celo vrsto drugih z naslednjimi pretvorbami:

- vrtenje kvadrata;
- zrcaljenje kvadrata;
- permutacija vrednosti – preoštevilčenje;
- permutacija vrstičnih/stolpčnih pasov;
- permutacija vrstic/stolpcev v pasu.

Takim rešitvam pravimo, da so *enakovredne*.

Koliko je bistveno različnih rešitev nalog sudoku? Ed Russell in Frazer Jarvis sta septembra 2005 objavila, da jih je 5472730538.

...Matematika in Sudoku



16 številčni sudoku z dvema rešitvama

Takayuki Yato in Takahiro Seta z Tokijske univerze sta pokazala da je problem sudoku NP-poln.

Naslednje zanimivo vprašanje je: koliko najmanj števil mora imeti naloga sudoku, da je še enolično rešljiva. Avstralski matematik **Gordon F. Royle** je zbral že 35396 (januar 2006) bistveno različnih takih nalog podanih s po 17 znanimi številkami. Doslej ni znana nobena enolično rešljiva naloga podana samo s 16 številkami.

Sudoku je povezan tudi s **problemom barvanja točk grafov**. Z uporabo teorije grafov je **David Eppstein** izpeljal posebna, zapletena pravila za določanje števil.

Viri

1. Vladimir Batagelj: *Sudoku*, 1116. sredin seminar, 9. november 2005. [splet](#)
2. Tom Davis: *The Mathematics of Sudoku*. (26. januar 2006). [PDF](#)
3. David Eppstein: *Nonrepetitive paths and cycles in graphs with application to sudoku*. [PDF](#)
4. Brian Hayes: *Unwed Numbers; The mathematics of Sudoku, a puzzle that boasts 'No math required!'* [splet](#)
5. Willem-Jan van Hoeve: *Constraint Reasoning in Intelligent Systems*. [PDF](#)
6. Ed Pegg: *Sudoku Variations* (September 6, 2005). [splet](#)
7. Gordon Royle: *Minimum Sudoku*. [splet](#)
8. Wikipedia: *Sudoku*. [splet](#)

Te prosojnice so dostopne na:

<http://vlado.fmf.uni-lj.si/seminar/sudoku/Sudoku.pdf>