1.5 Izrazljivost pravil in induktivna posplošitev

1.5.1 Izrazljivost pravil

Imejmo induktivna razreda $\mathcal{I}_1 = \mathrm{Cn}(\mathcal{B}_1; \mathcal{P}_1)$ in $\mathcal{I}_2 = \mathrm{Cn}(\mathcal{B}_2; \mathcal{P}_2)$. Pravimo, da je pravilo $\mu \in \mathcal{P}_1$ *izrazljivo* v $\mathcal{I}_2$ natanko takrat, ko za vsak nabor reči $a_1, a_2, \ldots, a_m$ (argumenti pravila μ) obstaja končno zaporedje reči:

$$b_1, b_2, b_3, \ldots, b_n, \qquad b_n = \mu(a_1, a_2, \ldots, a_m)$$

tako, da je posamezni b_i:

- ali enak nekemu argumentu a_j;
- ali enak neki reči iz baze $\mathcal{B}_2$;
- ali pa je dobljen iz členov pred njim po nekem pravilu generiranja iz $\mathcal{P}_2$.

(12.10.88)

IZREK 1.1 *Naj bosta $\mathcal{I}_1 = \mathrm{Cn}(\mathcal{B}_1; \mathcal{P}_1)$ in $\mathcal{I}_2 = \mathrm{Cn}(\mathcal{B}_2; \mathcal{P}_2)$ induktivna razreda. Naj bo še $\mathcal{B}_1 \subseteq \mathcal{I}_2$ in vsa pravila generiranja iz $\mathcal{P}_1$ izrazljiva v $\mathcal{I}_2$, potem je $\mathcal{I}_1 \subseteq \mathcal{I}_2$.*

Dokaz: V veljavnost izreka se prepričamo takole. Vzemimo poljubno reč $a \in \mathcal{I}_1$. Zanjo obstaja vsaj eno konstrukcijsko zaporedje v bazi $\mathcal{B}_1$ po pravilih $\mathcal{P}_1$:

$$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n \qquad \text{in} \qquad a_n = a$$

Iz njega dobimo novo konstrukcijsko zaporedje takole:

- če reč a_i pripada bazi $\mathcal{B}_1$, ga nadomestimo z ustreznim konstrukcijskim zaporedjem reči a_i v $\mathcal{I}_2$;
- sicer pa smo reč a_i dobili z uporabo nekega pravila iz $\mathcal{P}_1$ nad členi pred njim; nadomestimo ga z ustreznim zaporedjem, ki izraža to pravilo v $\mathcal{I}_2$.

Dobljeno konstrukcijsko zaporedje je konstrukcijsko zaporedje reči a v $\mathcal{I}_2$. Torej je $a \in \mathcal{I}_2$. S tem je izrek dokazan. □ primer